



ÉCOLE NATIONALE DES PONTS et CHAUSSÉES,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TELECOM PARIS, MINES PARISTECH,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT Atlantique, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2026

ÉPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

L'énoncé de cette épreuve comporte 8 pages de texte et 6 pages regroupant 6 annexes.

Le travail doit être reporté sur le cahier de réponses de 12 pages distribué avec le sujet. Un seul cahier de réponses est fourni au candidat, dont toutes les feuilles seront obligatoirement rendues à la fin de l'épreuve. Le renouvellement de ce document en cours d'épreuve est interdit.

Pour valider ce cahier réponses, chaque candidat doit obligatoirement y inscrire à l'encre, à l'intérieur du rectangle d'anonymat situé en haut de chaque copie, sa date de naissance, son nom, son prénom, son numéro d'inscription et sa signature.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés selon les termes de la licence
Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.
Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines-Ponts.



Machine à gravure laser hautes performances

1. Présentation

1.1. Contrôle optique et backlight

Le contrôle optique non destructif nécessite une excellente qualité d'éclairage. La technologie présentée dans ce sujet se base sur le rétroéclairage de la scène avec l'objet étudié. L'image obtenue permet la détection de formes, de contours ou de défauts de structure. On parle communément de « backlight ».

La société PHLOX® développe des sources lumineuses ayant les meilleurs contrastes actuellement sur le marché. La luminosité obtenue est quasi constante sur l'ensemble de l'écran. Ainsi les bords et contrastes sont mieux révélés, comme on peut le voir sur la photo ci-dessous d'une coque polymère (**Figure 1**).

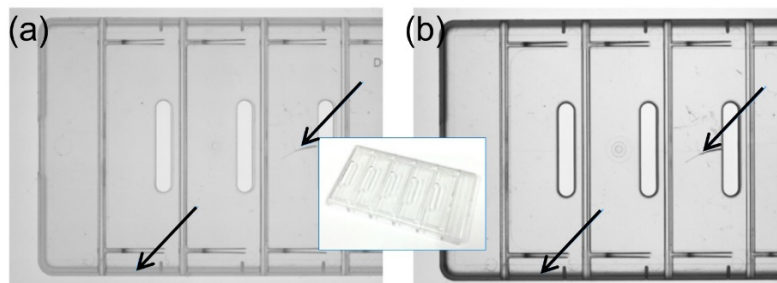


Figure 1 : Exemple de relevé de contrôle optique avec backlight conventionnel (a) et PHLOX® (b)

Les backlights PHLOX® utilisent un procédé optique (**Figure 2**) : un guide d'onde en polyméthacrylate (PMMA), éclairé par une source linéaire composée de LEDs.

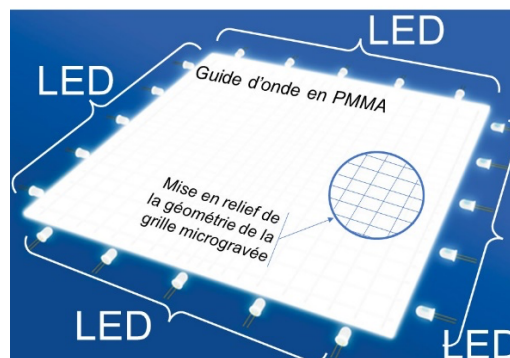


Figure 2 : Backlight PHLOX® avec LED et guide d'onde sous forme d'une grille microgravée

Le procédé de fabrication, basé sur une gravure laser, permet de combiner la réfraction et la diffusion pour optimiser la luminance du « backlight ». 90% de la lumière injectée est ré-émise sur la surface.

1.2. Usinage laser et micropisme

La qualité de l'éclairage est liée à la qualité d'obtention du guide d'onde en PMMA. En balayant le guide d'onde avec un faisceau laser à une vitesse constante, on obtient une surface homogène, quadrillée avec différents sillons (zone de passage du faisceau).

Des relevés de microtopographie 3D (**Figure 3**) mettent en évidence le motif gravé avec un pas de l'ordre du mm et des profondeurs de l'ordre du μm . Le zoom révèle la forme exacte de la surface en « micropisme » permettant une optimisation de la diffusion de la lumière.

Pour obtenir les performances optimales, il faut donc être en mesure de :

- contrôler la position et le déplacement de la source laser avec une très grande précision ;
- maîtriser la vitesse de déplacement dans deux directions pour uniformiser la zone affectée par le traitement.

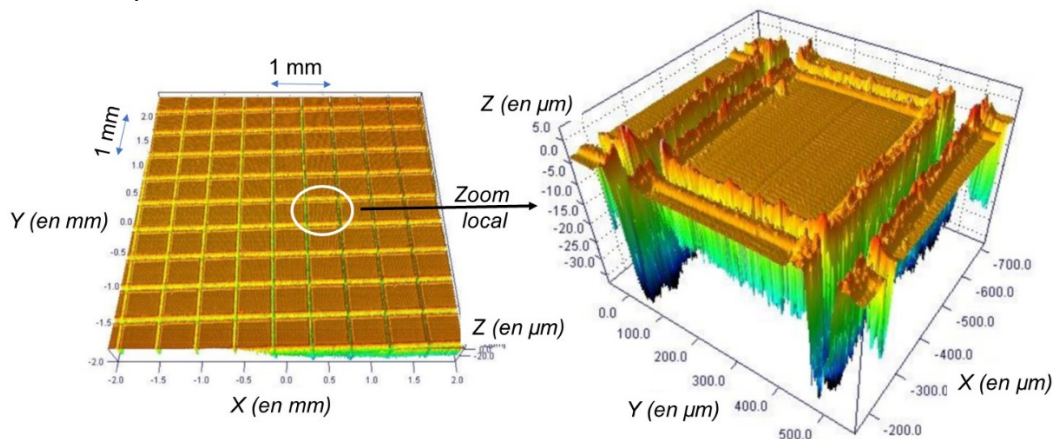


Figure 3 : Guide d'onde avec zoom local pour mise en évidence du « microprisme »

La machine à gravure laser hautes performances, objet de ce sujet, permet de répondre à ces performances.

1.3. Machine à gravure laser hautes performances

Le système étudié est un dispositif à deux axes (**Figure 4**). On donne en **Annexe 1** le diagramme partiel d'exigences qui servira de guide pour cette étude.

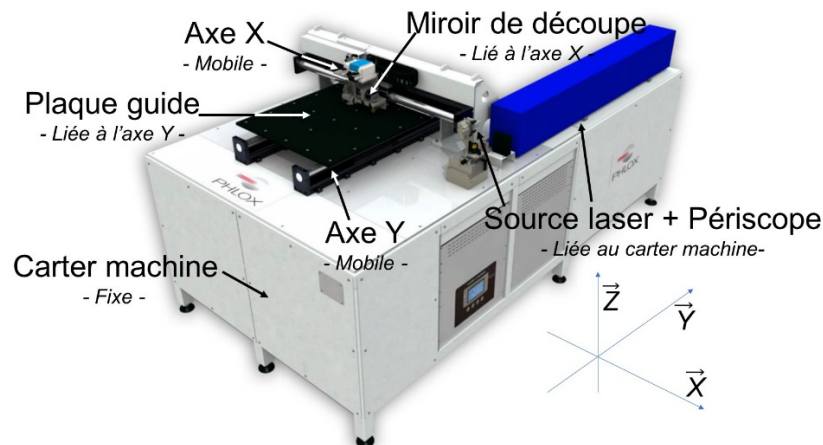


Figure 4 : Dispositif de gravure laser deux axes PHLOX®

Pour comprendre les solutions technologiques mises en œuvre pour contrôler la précision de positionnement, on propose dans un premier temps l'analyse cinématique du montage des deux axes sur le carter machine.

1.4. Modèle cinématique simplifié de la machine

Comme précisé en **Annexe 2**, la source laser est encastrée sur le carter machine fixe et émet le faisceau suivant la direction \vec{Y} fixe, ce faisceau étant dévié ensuite par un périscope. Un miroir de découpe est encastré sur l'induit X mobile et permet de renvoyer à 90° le faisceau laser de sortie du périscope vers la plaque guide mobile.

Pour réaliser la gravure, la machine permet la mise en mouvement de translation indépendante par rapport au carter machine selon \vec{X} et \vec{Y} du miroir de découpe d'une part, et de la plaque guide, d'autre part.

Pour chaque axe X et Y, des Moteurs Linéaires Synchrones (MLS) sont employés et composés d'un inducteur et d'un induit en mouvement relatif de translation. En particulier, l'inducteur n'est pas en contact direct avec l'induit. Chaque inducteur est rigidement lié à un rail permettant

d'assurer le guidage en translation linéaire de l'induit (par contact direct) avec le carter machine. Les rails sont rigidement liés au carter machine.

Concernant l'axe X : un seul MLS est employé et l'ensemble (induit X + miroir de découpe) est en mouvement de translation selon \vec{X} par rapport à l'ensemble (inducteur X + rail X + carter machine).

Concernant l'axe Y : deux MLS sont utilisés pour assurer le guidage en translation de la plaque guide, rigidement liée aux deux induits Y1 et Y2, par rapport au carter machine.

Question 1. À partir de la description précédente, choisir le schéma cinématique approprié.

2. Restriction du cadre de l'étude

Dans la suite de l'épreuve, l'attention sera portée sur le seul axe X.

Les objectifs sont de :

- définir le temps de cycle de gravure permettant d'obtenir les meilleures performances optiques, notamment *via* la vitesse de déplacement de l'induit et son accélération (exigence 1.1 étudiée en **partie 3**) ;
- comparer les caractéristiques d'un MLS par rapport à celles d'un ensemble moteur rotatif doté d'une transmission de mouvement par vis-écrou, pour justifier votre choix (exigence 1.2.1 étudiée en **partie 4**) ;
- valider, par son dimensionnement mécanique, le choix du MLS sur la base des caractéristiques dynamiques visées pour l'axe (exigence 1.2.2 étudiée en **partie 5**) ;
- analyser et modéliser le comportement électromécanique d'un MLS pour comprendre les spécificités de son contrôle commande (exigence 1.2.3 étudiée en **partie 6**) ;
- concevoir l'asservissement du MLS, en utilisant notamment des boucles d'asservissement (exigences 1.2.4 et 1.2.5 étudiées en **partie 7**).

La **partie 8** est une synthèse du sujet.

3. Étude de la durée d'un cycle de gravure pour l'axe X (exigence 1.1)

Pour contrôler la qualité de la gravure, il est nécessaire de maintenir une vitesse constante dans la zone utile de la plaque guide. La commande envisagée est dite en « trapèze symétrique de vitesse » comme définie ci-dessous (**Figure 5**) :

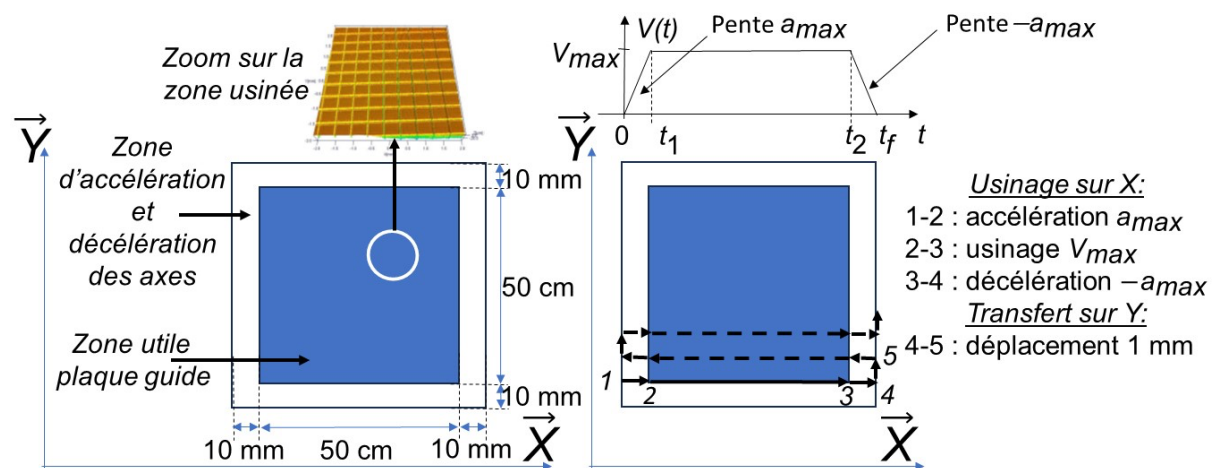


Figure 5 : Loi de commande en « trapèze de vitesse »

Question 2. Tracer l'allure des profils de position et d'accélération de l'induit X.

Des essais de gravure sur des plaques tests ont permis de mettre en évidence une vitesse optimale de $V_{max} = 1 \text{ m.s}^{-1}$.

Par ailleurs, des accélérations et décélérations trop importantes ont généré des vibrations importantes de la structure et ont dégradé la qualité de la gravure. Le concepteur a donc limité l'accélération maximale à $a_{max} = 20 \text{ m.s}^{-2}$.

On donne en **Figure 5** ci-dessus la succession des cycles de gravure horizontale. Le même type de schéma est mis en place verticalement. On note t_f le temps de cycle (1-2-3-4) et $d = 52$ cm la distance parcourue.

Pour cette plaque guide de dimensions maximales, la durée de gravure ne doit pas excéder un temps maximum pour maintenir une productivité correcte de la machine.

Hypothèses :

- N lignes horizontales et N lignes verticales à réaliser ;
- temps mis pour le transfert d'une ligne à l'autre négligé.

Question 3. Déterminer analytiquement le temps t_f en fonction de (d, a_{max}, V_{max}) puis numériquement. En déduire la durée T d'un cycle de gravure de plaque en fonction de (N, t_f) . Effectuer l'application numérique. Conclure vis-à-vis des exigences 1.1.1 et 1.1.2.

4. Comparaison entre MLS et (moteur rotatif + système vis-écrou) (exigences 1.2.1 et 1.2.2)

L'une des particularités du système étudié réside dans l'emploi d'un moteur linéaire synchrone : en effet, comme indiqué dans l'**Annexe 2**, il ne dispose d'aucune pièce en mouvement de rotation.

Pour justifier simplement l'intérêt de cette structure en lien avec les exigences 1.2.1 et 1.2.2, il est proposé de la comparer à une structure plus classique du type moteur rotatif associé à un ensemble vis-écrou à billes pour assurer la transformation de mouvement rotation – translation.

Le modèle cinématique simplifié ainsi que les valeurs numériques caractéristiques de la transmission proposée sont donnés sur le cahier de réponses.

On note m_{eq1} la masse équivalente, ramenée à la pièce (2), de l'ensemble en mouvement (1+2).

Question 4. À partir de l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble (1+2), déterminer l'expression analytique, puis la valeur numérique, de la masse équivalente m_{eq1} telle que :

$$E_c(1+2/0) = \frac{1}{2} m_{eq1} \cdot V^2$$

L'**Annexe 3** fournit la modélisation géométrique retenue pour l'axe X doté d'un MLS et on note m_{eq2} la masse totale de l'ensemble en mouvement (1+2).

Question 5. Déterminer l'expression analytique puis la valeur numérique de la masse totale m_{eq2} dans le cas d'un MLS. Conclure qualitativement quant à l'intérêt de la solution retenue par le constructeur vis-à-vis des exigences 1.2.1 et 1.2.2.

Une étude complémentaire permettrait également de montrer qu'aux vitesses envisagées par l'application, le dispositif vis-écrou à billes présente des risques importants de vibrations. En conclusion, le MLS est retenu et va être modélisé puis dimensionné.

5. Dimensionnement d'un MLS (exigence 1.2.2)

En lien avec l'exigence 1.2.2, on cherche à présent à vérifier le dimensionnement du MLS choisi pour l'axe X. On donne pour cela en **Annexe 3** la modélisation géométrique et des actions mécaniques retenues, ainsi que les caractéristiques mécaniques de la motorisation et du guidage en termes d'efforts limites à ne pas dépasser.

Dans un premier temps, on cherche à calculer la force motrice utile au trapèze de vitesse précédent.

On rappelle que toutes les liaisons sont supposées parfaites.

Question 6. Effectuer le bilan des puissances intérieure(s) et extérieure(s) à l'ensemble (1+2).

Question 7. Énoncer le théorème de l'Énergie Puissance à l'ensemble (1+2). Déterminer alors la loi de mouvement de l'induit X.

Question 8. Pour la loi de mouvement définie en partie 3 et dans la phase de mouvement à justifier (intervalle de temps à définir), calculer la force motrice nécessaire. Conclure vis-à-vis du moteur et de sa capacité à produire cet effort en lien avec l'exigence 1.2.2.

Par la nature des éléments de guidage choisis, les efforts dans le guidage en translation du MLS ne peuvent pas dépasser certaines valeurs maximales définies dans l'**Annexe 3**.

Le torseur des actions mécaniques transmissibles du solide i sur le solide j sera noté :

$$\{T_{i \rightarrow j}\} : \begin{pmatrix} \vec{R}_{i \rightarrow j} = X_{ij} \cdot \vec{X} + Y_{ij} \cdot \vec{Y} + Z_{ij} \cdot \vec{Z} \\ \vec{M}_{P, i \rightarrow j} = L_{ij} \cdot \vec{X} + M_{ij} \cdot \vec{Y} + N_{ij} \cdot \vec{Z} \end{pmatrix}$$

Question 9. Sous hypothèse d'une liaison glissière parfaite entre 0 et 1, donner la forme de $\{T_{0 \rightarrow 1}\}$ au point M .

Question 10. Déterminer l'expression analytique des inconnues d'efforts non nulles de $\{T_{0 \rightarrow 1}\}$ au point M en fonction des données du problème. Expliciter la démarche.

Question 11. Pour la loi de mouvement définie en partie 3 et dans la phase de mouvement la plus contraignante à justifier (intervalle de temps à définir), donner les valeurs numériques des composantes non nulles de $\{T_{0 \rightarrow 1}\}$ au point M . Conclure vis-à-vis du guidage intégré au moteur et sa capacité à supporter ces efforts, en lien avec l'exigence 1.2.2.

6. Étude du synchronisme pour un MLS (exigence 1.2.3)

Les MLS se distinguent notamment des Machines à Courant Continu par le type d'alimentation électrique employée.

On donne en **Annexe 4** le modèle simplifié électrique et magnétique retenu d'un MLS.

En lien avec les lois de Laplace, une tension alternative sinusoïdale est appliquée à chaque enroulement (A, B, C). Grâce aux aimants permanents sur l'inducteur, il en résulte une force de poussée du moteur selon son axe, ici X.

Pour justifier la dénomination « synchrone » et son importance, on s'intéresse dans un premier temps aux équations électriques issues du comportement de chaque enroulement de l'induit.

On note les vecteurs $\vec{U} = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix}$, $\vec{i} = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$. On utilisera pour la suite les équations électriques fournies en **Annexe 4**.

Question 12. Montrer que les 3 équations électriques peuvent se mettre sous la forme :

$$\vec{U} = [R] \cdot \vec{i} + [L] \cdot \frac{d\vec{i}}{dt} + \vec{E} \text{ avec :}$$

- $[R]$ une matrice à exprimer en fonction de r_A, r_B, r_C ;
- $[L]$ une matrice à exprimer en fonction de L_{AA}, L_{BB}, L_{CC} et $M_{AB}, M_{AC}, M_{BA}, M_{BC}, M_{CA}, M_{CB}$;
- $\vec{E} = \begin{bmatrix} e_A \\ e_B \\ e_C \end{bmatrix}$ un vecteur de forces électromotrices induites par le mouvement, à exprimer en fonction de $\frac{dx}{dt}(t), x(t), k, \varphi_V$.

Pour définir la force de poussée F_m , on effectue un bilan de puissance. On obtient alors l'équation suivante valable en régime permanent :

$$F_m \cdot \frac{dx}{dt} = \vec{E} \cdot \vec{I}$$

Les courants absorbés par les enroulements sont sinusoïdaux d'amplitude I_m , de pulsation électrique identique notée $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$, triphasés et donc déphasés entre eux tels que :

$$\begin{aligned} i_A(t) &= I_m \cdot \cos(\theta(t)) \\ i_B(t) &= I_m \cdot \cos(\theta(t) - 2\pi/3) \\ i_C(t) &= I_m \cdot \cos(\theta(t) - 4\pi/3) \end{aligned}$$

Question 13. En déduire l'expression de la force motrice telle que $F_m = K \cdot I_m \cdot \sin(\theta - k \cdot x)$. Préciser l'expression de la constante K .

La force de poussée doit être constante quelle que soit la position x de l'induit et l'instant t considéré.

Question 14. En déduire la relation que doivent alors vérifier k, x, θ . Quelles grandeurs physiques doivent être synchrones pour répondre à l'exigence 1.2.3 ?

On voit également que la force de poussée dépend directement de l'amplitude I_m des courants absorbés. Il faut donc être en mesure de réguler cette grandeur tout au long du mouvement du MLS. On s'intéresse par la suite à cette problématique.

7. Conception de l'asservissement d'un MLS (exigences 1.2.4 et 1.2.5)

Une étude plus approfondie du MLS, notamment en régime transitoire, est nécessaire pour corrélérer les courants précédents injectés dans les enroulements à un courant de référence I_c calculé par l'asservissement. Une boucle de courant est alors nécessaire et, une fois bien réglée, permet d'associer un modèle simplifié au comportement électromécanique du MLS tel que :

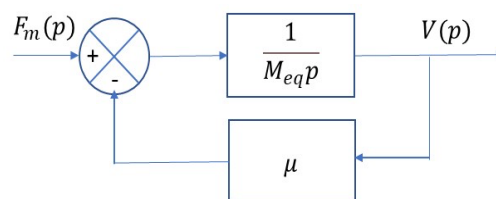
$$F_m(p) = A \cdot I_c(p)$$

Sur la base de ce modèle, on se propose d'étudier l'asservissement en position de l'axe. Pour assurer un bon positionnement de la tête de gravure, un asservissement en position est mis en place. Il se présente sous la forme classique d'une régulation en cascade avec une boucle de vitesse et une boucle de position. La structure retenue est proposée en **Annexe 5**.

7.1. Retour sur le comportement dynamique de l'axe en translation

Des essais expérimentaux sur le MLS permettent d'affiner son modèle dynamique. Ceux-ci consistent en l'évaluation des forces de frottement notées F_f dans les guidages en fonction de la vitesse de translation de l'axe V_c .

On recherche alors la modélisation de la fonction de transfert du moteur reliant $F_m(p)$ à $V(p)$. Ces essais ont permis d'établir un modèle dynamique correspondant au schéma-blocs ci-dessous :



où $M_{eq} = 10 \text{ kg}$ et $\mu = 1 \text{ N.s.m}^{-1}$.

Question 15. Déterminer la fonction de transfert $H_{mec}(p) = \frac{V(p)}{F_m(p)}$.

7.2. Étude de la boucle de vitesse (exigence 1.2.4)

Dans un premier temps, on cherche à optimiser la boucle de vitesse. Le schéma-bloc de la régulation, ainsi que le cahier des charges partiel associé, sont donnés en **Annexe 5**

Une correction proportionnelle est tout d'abord envisagée.

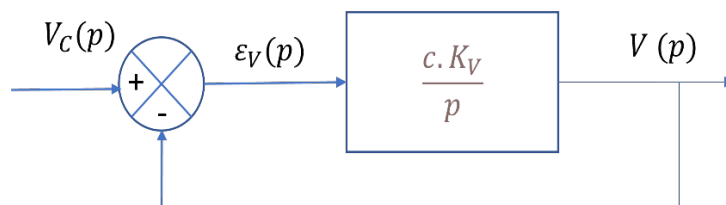
Le correcteur sera de la forme $C_v(p) = K_v$.

Question 16. Justifier pourquoi cette correction ne permet pas de répondre à l'exigence de précision.

Dans un second temps une correction proportionnelle intégrale est envisagée. Le correcteur prend la forme $C_v(p) = K_v \cdot \left(1 + \frac{1}{T_v \cdot p}\right)$.

Question 17. Conclure quant à la pertinence de ce choix vis-à-vis de l'exigence de précision.

Un choix de constante de temps T_v du correcteur permet de simplifier la fonction de transfert en boucle ouverte de la boucle de vitesse. Le schéma-blocs simplifié est alors le suivant :



avec $c = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$

Question 18. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée de la boucle de vitesse que l'on écrira :

$$\frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{K_X}{1 + \tau_X p}$$

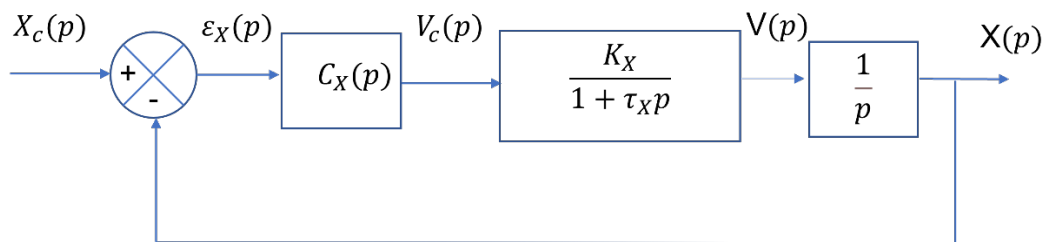
Donner les expressions de K_X et τ_X . Proposer une valeur de K_v permettant de respecter le critère de rapidité du cahier des charges.

Question 19. Conclure quant au respect de tous les critères du cahier des charges définis en **Annexe 5** pour la boucle de vitesse.

7.3. Étude de la boucle de position (exigence 1.2.5.1 et 1.2.5.2)

La boucle de vitesse ayant été réglée, on effectue maintenant le réglage du correcteur de la boucle de position.

Après simplification du modèle de la boucle de vitesse, celui de la boucle de position peut se mettre sous la forme suivante :



Les valeurs numériques de K_X et τ_X sont déduites des résultats de la **question 19**.

Pour régler la boucle de position en regard du cahier des charges, le choix se porte sur la synthèse d'un correcteur à avance de phase. En **Annexe 6** sont rappelées les caractéristiques de ce type de correcteur.

Le cahier des charges de la boucle de position donné en **Annexe 5**, précise les critères de réglage requis pour celle-ci.

Question 20. Justifier que ce correcteur permet de répondre à l'exigence en termes de précision.

Question 21. Déterminer l'expression analytique du gain en décibels de ce correcteur à la pulsation ω_m , en fonction a et de K .

Le cahier de réponses donne la réponse fréquentielle de la fonction du transfert en boucle ouverte avant correction ($C_X(p) = 1$ en s^{-1}).

Question 22. Proposer, dans un développement succinct, les étapes de réglage du correcteur à avance de phase. Proposer notamment des valeurs numériques à donner à ω_m et φ_m .

Question 23. A partir de la réponse fréquentielle en boucle ouverte, mettre en œuvre cette démarche et proposer des valeurs des paramètres a , T et K du correcteur permettant de répondre au cahier des charges. Tous les tracés nécessaires devront être reportés sur le cahier de réponses.

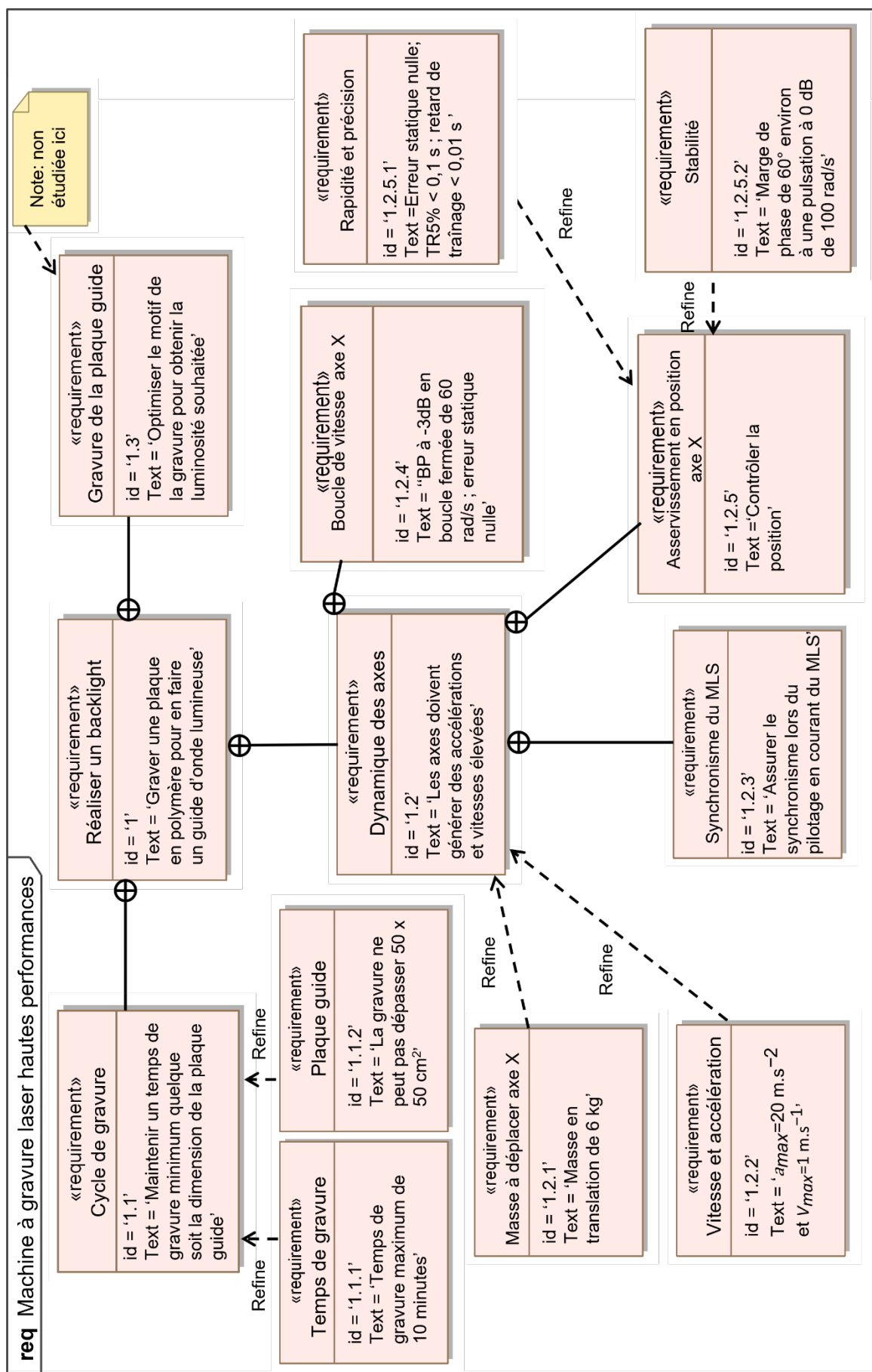
8. Synthèse

Après réglage du correcteur, la courbe de réponse à un échelon unitaire, ainsi que celle au profil de position issu du trapèze de vitesse déterminé aux **Question 2 et 3** sont données dans le cahier de réponses.

Question 24. Conclure, en reportant les tracés nécessaires, sur le respect du temps de réponse à 5% et du retard de traînage exigés par le cahier des charges.

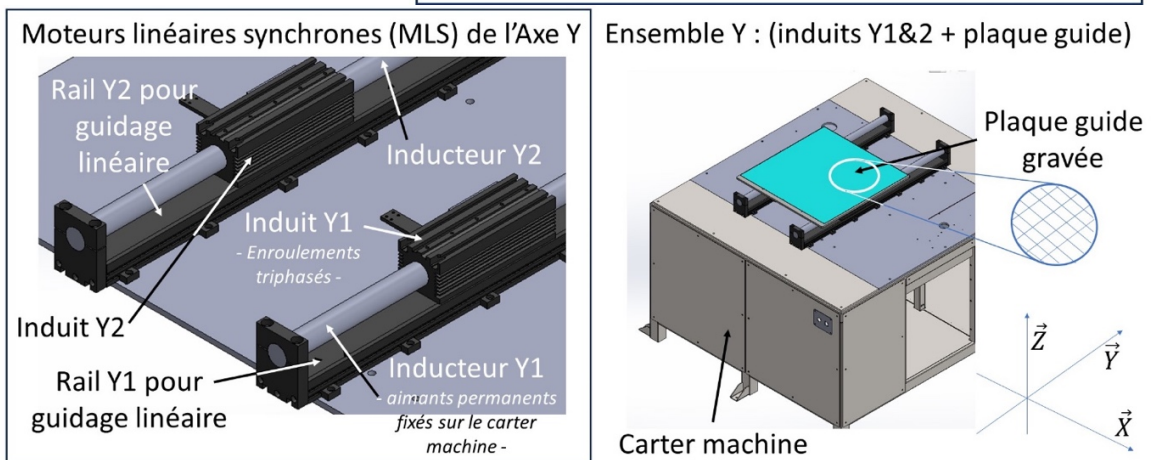
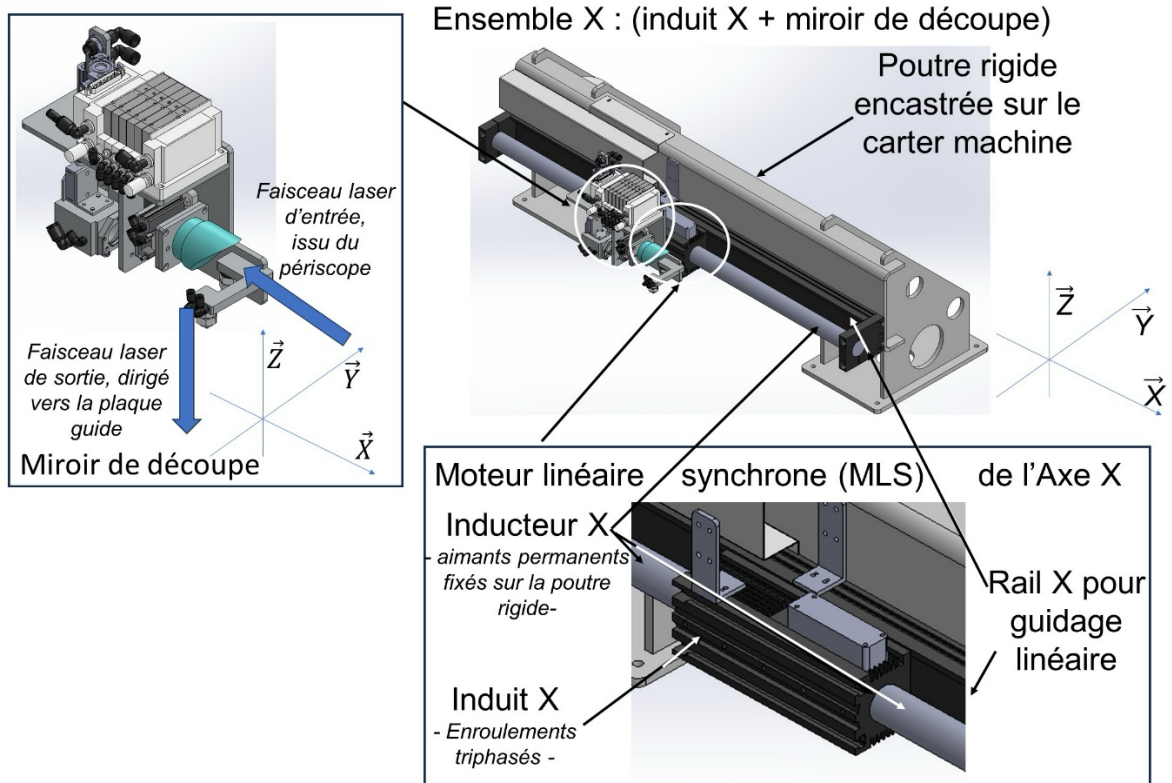
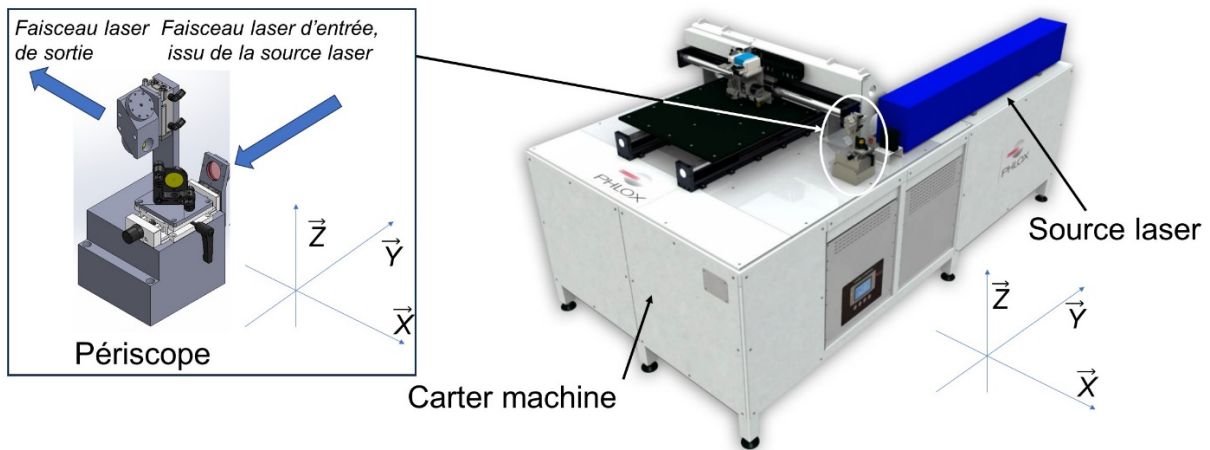
Annexes

Annexe 1 : Diagramme partiel d'exigences



Annexe 2 : Principaux constituants

Ensemble Carter dont (Carter machine + Source laser + Périscope)



Annexe 3 : Modélisation de l'axe X et caractéristiques du MLS (1)

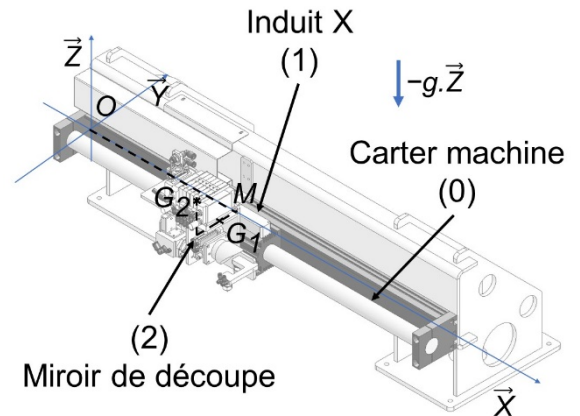
On donne :

- $R(O, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ référentiel associé au carter machine (0), supposé galiléen ;
- G_1 centre d'inertie de l'induit X du Moteur Linéaire Synchrone (1), de masse $m_1=4$ kg et de matrice d'inertie :

$$[I(G_1, 1)] = \begin{bmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{bmatrix}_{(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})}$$

- G_2 centre d'inertie du miroir de découpe (2), de masse $m_2=6$ kg et de matrice d'inertie :

$$[I(G_2, 2)] = \begin{bmatrix} A_2 & -F_2 & -E_2 \\ -F_2 & B_2 & -D_2 \\ -E_2 & -D_2 & C_2 \end{bmatrix}_{(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})}$$



On paramètre : $\overrightarrow{OM} = x(t) \cdot \vec{X}$, $\overrightarrow{MG_1} = -l \cdot \vec{Y}$ et $\overrightarrow{G_1G_2} = a \cdot \vec{Z} - b \cdot \vec{Y}$ avec $l=100$ mm, $a=70$ mm et $b=100$ mm.

On note :

- $\{T_{0 \rightarrow 1}\}$ le torseur d'action mécanique transmissible de (0) sur (1) par le guidage en translation ;
- $\{T_{2 \rightarrow 1}\} : \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_{G_1, 2 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}$ le torseur d'action mécanique transmissible de (2) sur (1) par l'encastrement ;
- $\{T_{Moteur \rightarrow 1}\} : \begin{Bmatrix} \vec{F}_m = F_m \cdot \vec{X} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ le torseur d'action mécanique motrice fourni par le Moteur Linéaire Synchrone.

Extrait de la documentation constructeur du MLS (1) :

MODEL Xx3804-3810
SERVOTUBE MODULE

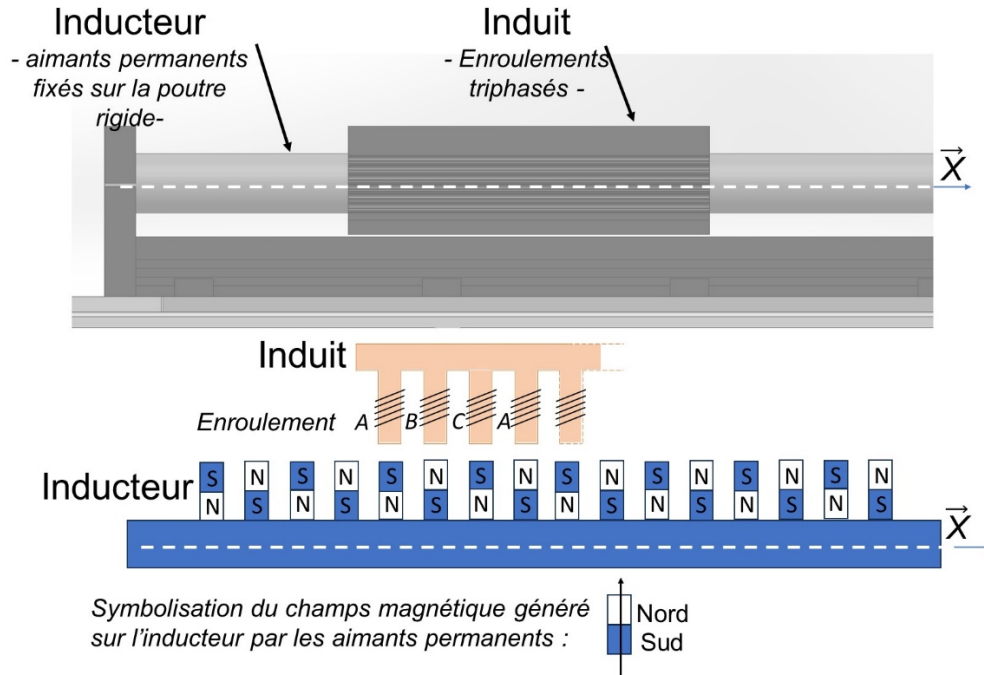
dunkermotoren
linear systems

Force motrice maximale F_{m-max}	1000 N
Coefficient de conversion A	50 N.A ⁻¹

Pour une durée de vie de 100 000 km du guidage, le constructeur définit les limites suivantes :

Force maximale transmissible dans le guidage	$ Y_{01} < 1$ kN
	$ Z_{01} < 1$ kN
Moment maximum transmissible dans le guidage (ramené au point M du guidage)	$ L_{01} < 20$ N.m
	$ M_{01} < 80$ N.m
	$ N_{01} < 80$ N.m

Annexe 4 : Modèle simplifié électrique et magnétique d'un MLS



Pour chaque enroulement $m \in \{A, B, C\}$, l'équation électrique est :

$$u_m(t) = r_m \cdot i_m(t) + \frac{d\phi_m}{dt}(t)$$

Avec

- $u_m(t)$ la tension d'alimentation de l'enroulement m ,
- $i_m(t)$ le courant absorbé par l'enroulement m ,
- r_m la résistance propre de l'enroulement m ,
- ϕ_m le flux totalisé perçu par l'enroulement m .

L'expression des flux totalisés est :

$$\begin{aligned}\phi_A(t) &= L_{AA} \cdot i_A(t) + M_{AB} \cdot i_B(t) + M_{AC} \cdot i_C(t) + \phi_{AM}(t) \\ \phi_B(t) &= M_{BA} \cdot i_A(t) + L_{BB} \cdot i_B(t) + M_{BC} \cdot i_C(t) + \phi_{BM}(t) \\ \phi_C(t) &= M_{CA} \cdot i_A(t) + M_{CB} \cdot i_B(t) + L_{CC} \cdot i_C(t) + \phi_{CM}(t)\end{aligned}$$

Avec

- L_{mm} les inductances propres (constantes) des enroulements,
- M_{mj} les inductances mutuelles (constantes) des enroulements,
- $\phi_{mM}(t)$ les flux créés par la position de l'induit vis-à-vis du champ permanent de l'inducteur.

Par construction, on a :

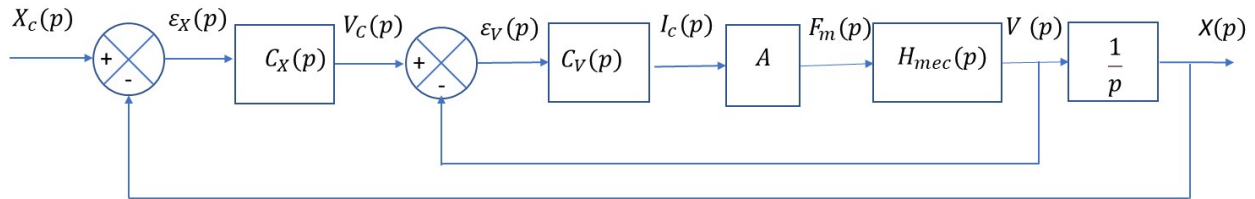
$$\begin{aligned}\phi_{AM}(t) &= \phi_V \cdot \cos(k \cdot x(t)) \\ \phi_{BM}(t) &= \phi_V \cdot \cos(k \cdot x(t) - 2\pi/3) \\ \phi_{CM}(t) &= \phi_V \cdot \cos(k \cdot x(t) - 4\pi/3)\end{aligned}$$

Avec :

- ϕ_V la valeur maximale du flux quand enroulement et aimant sont alignés,
- k le nombre d'onde connu et constant, lié directement à la distance entre deux aimants de l'inducteur,
- $x(t)$ la position axiale de l'induit par rapport à l'inducteur.

Annexe 5 : Modèle simplifié de l'asservissement en position de l'axe X

Modèle complet du schéma bloc du pilotage en position :



On notera :

- $X_c(p)$ la transformée de Laplace de la consigne de position $x_c(t)$;
- $X(p)$ la transformée de Laplace de la position $x(t)$;
- $V_c(p)$ la transformée de Laplace de la consigne de vitesse $v_c(t)$;
- $I_c(p)$ la transformée de Laplace du courant de commande $i_c(t)$;
- $\varepsilon_X(p)$ la transformée de Laplace de l'erreur en position $\varepsilon_X(t)$;
- $\varepsilon_V(p)$ la transformée de Laplace de l'erreur en vitesse $\varepsilon_V(t)$.

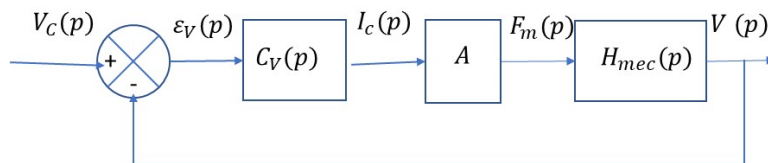
Cahier des charges partiel de la boucle de position :

- Précision - Erreur statique nulle pour une entrée $x_c(t) = x_0 u(t)$, où $u(t)$ est la fonction échelon de Heaviside ;
- Retard de traînage inférieur à 0,01 s ;
- Stabilité - Marge de phase de l'ordre de 60° à la pulsation $\omega_{0dB} = 100 \text{ rad.s}^{-1}$;
- Rapidité - Temps de réponse à 5% $t_{r5\%} < 0,1 \text{ s}$ en réponse à un échelon.

Modèle extrait du schéma bloc du pilotage en vitesse :

Cahier des charges partiel de la boucle de vitesse :

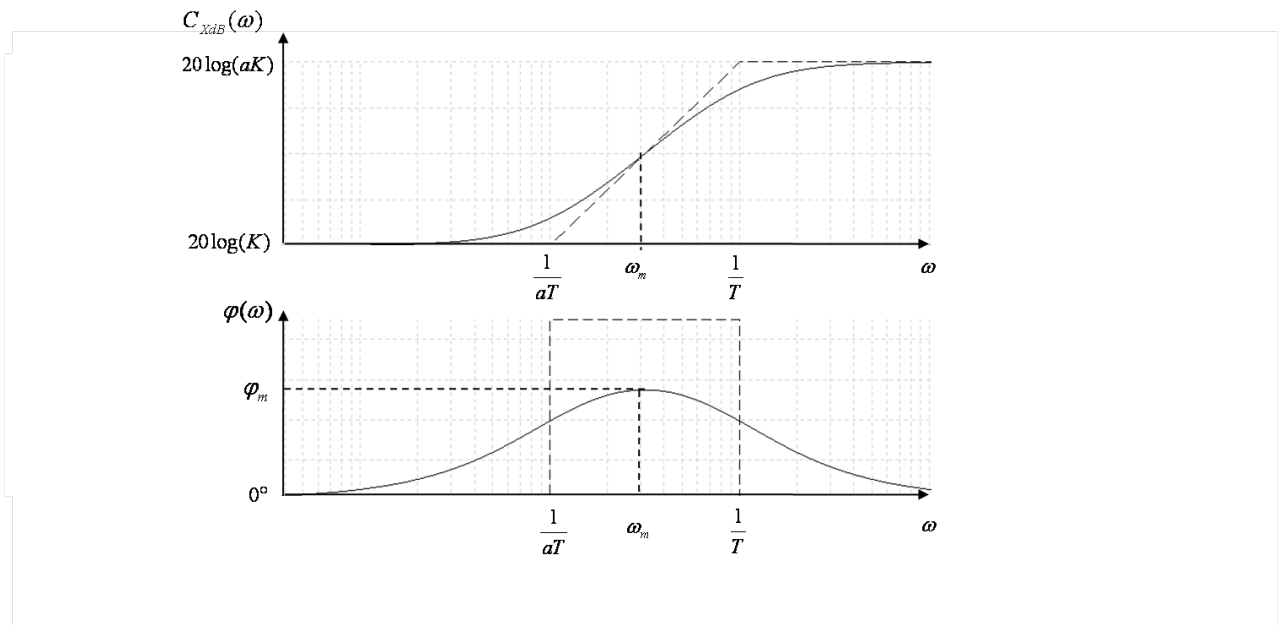
- Précision - Erreur statique nulle pour une entrée $v_c(t) = v_0 u(t)$, où $u(t)$ est la fonction échelon de Heaviside ;
- Rapidité - Bande passante à -3 dB en boucle fermée égale à 60 rad.s^{-1} ;



Annexe 6 : Correcteur à avance de phase

Le correcteur à avance de phase a pour fonction de transfert : $C_X(p) = K \frac{1+aTp}{1+Tp}$ où $a > 1$.

Les diagrammes de Bode en gain et en phase asymptotiques et réels sont donnés ci-dessous :



où :

- $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$, T en secondes, a constante sans dimension ;
- $\sin\varphi_m = \frac{a-1}{a+1}$;
- K constante en s^{-1} .